

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Test 13

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 2$ și $b_3 - 4b_2 = -8$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(f(1), 1)$ aparține graficului funcției f .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\frac{x^2 - 1}{\sqrt{x - 1}} = \sqrt{x + 1}$.
- 5p 4. Determinați numărul numerelor naturale de trei cifre care au proprietatea că pătratul cifrei zecilor este egal cu diferența dintre cifra unităților și cifra sutelor.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 1)$ și $H(3, 2)$. Știind că H este ortocentrul triunghiului ABC , determinați panta dreptei BC .
- 5p 6. Determinați $x \in (0, \pi)$, știind că $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & 1 \\ m+1 & (m+1)^2 & 1 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(0)) = 0$.
- 5p b) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui m pentru care matricea $A(m)$ este inversabilă.
- 5p c) În reperul cartezian xOy se consideră punctele necoliniare $A(1, 1)$, $B(m, m^2)$ și $C(m+1, (m+1)^2)$, unde m este număr real. Determinați numerele reale m , știind că triunghiul ABC are aria egală cu 1.
2. Pe mulțimea $G = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = 2^{\ln x \cdot \ln y}$.
- 5p a) Arătați că $x * 1 = 1$, pentru orice $x \in G$.
- 5p b) Determinați $f \in G$, știind că f este elementul neutru al legii de compoziție „*”.
- 5p c) Determinați $x \in G$ pentru care $x * \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(e^x + x - 1)$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{x-2}{e^x + x - 1}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Demonstrați că dreapta de ecuație $y = 0$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați imaginea funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 1 + \ln(1 + \sqrt{2})$.

5p b) Calculați $\int_{-1}^1 |x f(x)| dx$.

5p c) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = 2$.