

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Test 7

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați suma primilor cinci termeni ai progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 1$ și $b_2 = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x^2 - 11x + 6$. Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care punctele $A(x, f(x))$ sunt situate sub axa Ox .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\lg(1-x) - \lg(7-x) = -1$.
- 5p 4. Determinați numărul natural n , $n \geq 2$, pentru care $C_n^1 + C_n^2 = 6$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(2a-1, a^2)$, unde a este număr real. Determinați numerele reale a pentru care punctul A aparține dreptei d de ecuație $y = x + 4$.
- 5p 6. Determinați $\cos 2x$, știind că x este număr real și $\sin x = \frac{12}{13}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + z = 2 \\ ax + y + z = 3 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = -9$.
- 5p b) Demonstrați că suma elementelor matricei $B(a) = A(a) \cdot A(a)$ nu depinde de numărul real a .
- 5p c) Pentru $a = -2$, arătați că sistemul de ecuații este incompatibil.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = xy + m(x + y)$, unde m este număr real.
- 5p a) Arătați că $(-1) * 1 = -1$, pentru orice număr real m .
- 5p b) Demonstrați că $x * y = (x + m)(y + m) - m^2$, pentru orice numere reale x , y și m .
- 5p c) Pentru $m = -1$, determinați numerele reale x pentru care $5^x * 5^{x+1} = -1$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{x^2}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$.
2. Se consideră funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} + e^x + m$, unde m este număr real, și $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \ln x + e^x + 4x + 1$.
- 5p a) Determinați numărul real m astfel încât funcția F să fie o primitivă a funcției f .

5p b) Pentru $m = 4$, calculați $\int_1^e f(x) dx$.

5p c) Pentru $m = 0$, calculați $\int_1^2 x f(x) dx$.